



TITLE:

情報理論誕生の歴史：渡辺慧先生の業績(量子確率論とエントロピー解析)

AUTHOR(S):

豊田, 利幸

CITATION:

豊田, 利幸. 情報理論誕生の歴史：渡辺慧先生の業績(量子確率論とエントロピー解析). 数理解析研究所講究録 1997, 1013: 102-116

ISSUE DATE:

1997-09

URL:

<http://hdl.handle.net/2433/61567>

RIGHT:

情報理論誕生の歴史：渡辺慧先生の業績

豊田利幸 (Toshiyuki Toyoda)

今からちょうど6年前、ここで「物理学と数学の相互作用についての個人的回想」と題する講演をさせていただきました（数理解析研究所講究録859、1994年3月に収録）。本日はそこではほとんど触れませんでした思い出の一つ、情報量とエントロピーに関連する分野で私が恩師渡辺慧先生の研究指導を受けていた頃の話をしたしたいと思います。

実は、つい最近、東京の統計数理研究所で開かれた研究会「統計科学の新しい展開への指針」(1996.11.25-27)の開会講演で「赤池情報基準 (AIC)」で有名な赤池弘次さんの「情報処理における統計モデルの利用」と題する興味深いお話を伺いました。赤池さんにつきましては、渡辺先生の晩年の著書 *Pattern Recognition: Human and Mechanical*, John Wiley & Sons, 1985 を通じて一応知っていましたが、直接ご講演をま近かで聴くことができ、お話の多くの点で強い共感を覚えました。赤池さんは東大数学科ご出身ですが、Adolphe Quételet (1796-1874) の *Social Physics* (1835) から James C. Maxwell (1831-1879) や Ludwig Boltzmann (1844-1906) にいたるまでそれぞれの原論文を読まれ、非常に感動された思い出を手書きのトランスペアレンシーを使って懇切に話されました。講演後、私は二、三の質問をしましたが、そのさい私の方から渡辺先生の業績に触れ、翌日、小文「渡辺 慧先生のお仕事と生涯」（『思想の科学』1994年2月号）と「渡辺 慧先生を悼む」（日本物理学会誌、Vol. 49, No. 7, pp. 579-581, 1994）それぞれの別刷をお送りしました。赤池さんは早速丁寧な毛筆書の礼状をくださいました。その中で「渡辺慧先生の御仕事の全貌につきましてはじめて知ることができましてこれ迄十分に理解をしないままに過して来てしまいましたことを残念に思っております。」と書いてこられました。私は

かねがね情報量にエントロピーを世界で初めて導入された渡辺先生のお仕事が、我が国ではほとんど知られていないことを残念に思っていたましたが、赤池さんのお手紙を読み、機会があればこのことについて私が知っている歴史的事実を若い研究者の方々にお伝えしておく義務がある、と思うに至りました。これが本日の私の講演の直接的な動機であります。

さて、1935年、当時25才の渡辺先生 (1910.5.26-1993.10.15) は *Actualités scientifiques et industrielles* の *Exposés de physique théorique* シリーズの第1巻として *Le deuxième théorème de la thermodynamique et la mécanique ondulatoire* (熱力学の第二法則と波動力学) をフランスで出版されました。これは統計力学の H 定理に関する Wolfgang Pauli (1900.4.25-1958.12.15) の論文 (Über das H-Theorem vom Anwachsen der Entropie vom Standpunkt der neuen Quantenmechanik. *Sommerfeld-Festschrift*, 1928 p. 30)、そして出て間もない Johann Ludwig von Neumann (1903.12.28-1957.2.8) の *Mathematische Grundlagen der Quantenmechanik* (Springer Verlag 1932) 等を吟味しつつ、量子力学と熱力学の統合を試み、第X章で Généralisation de la définition de l'entropie. Démonstration du théorème H dans notre langage. (エントロピーの定義の一般化と H 定理の新しい証明) を与えられたものです。

11章からなる先生のご本の第1章の目次は次の通りです。

Introduction.

1. Sommaire

2. L'historique du théorème H dans la Mécanique classique et dans la nouvelle Mécanique

3. La Thermodynamique de Carathéodory

Constantin Carathéodory (1873-1950) の熱力学につきましては、大矢雅則さんが中心になって編まれた『数理情報科学事典』(朝倉書店, 1995年)の「熱力学」の項で簡単に説明しておきましたのでご参照ください。彼はゲッティンゲンの David Hilbert (1862-1943) の許で「ヒルベルト23の問題」の一つ「物理学の各部門の公理的扱い」に挑戦し、1909年に論文 Untersuchungen über die Grundlagen der Thermodynamik, *Math.*

Ann., 67, p. 355 を、1936 年に著書 Geometrische Optik を出しました。私はこれらを読んだ若き日の感動を忘れることができません。それだけに、渡辺先生が上記論文の導入部でカラテオドリの熱力学をとりあげておられることを知ったときは深い感銘を覚えました。

渡辺論文の核心ともいえるべき H 定理は、1872 年に Boltzmann が非平衡にある閉じた系のエントロピーは増え続け、平衡に達したとき最大になることを証明するために提案したもので、そこで主役を演ずる H 関数はすぐ後で Willard Gibbs (1839-1903) が下の形に再定義したように、統計的あるいは確率的な考え方を内包しており、エントロピーの本質に深く結び付いています。

$$H = - \sum_i n_i \log n_i$$

ここに n_i は N 個の粒子の位相空間内の i 番目の細胞にいる個数をあらわします。

このお仕事から、先生は早くからエントロピーの概念に深い関心をもっておられたことが推察されます。ただしその頃はエントロピーと情報量を結びつけることまでは考えておられなかったと思われます。それはすぐ後に申し上げますように、先生が原子核という具体的な物理的対象に取り組まれるようになってからであります。

1936年、先生はパリの Louis de Broglie (1892.8.15-1937.3.19) の許からライプツィヒの Werner Karl Heisenberg (1901.12.5-1976.2.1) の許に移り、原子核理論の研究を始められました。当時、原子核理論としては、一つの核子は、核の残りの全部の核子の平均の力の場（鍋型ポテンシャル）の中で量子力学的に運動しているとする Hartree モデル、およびそれを Pauli の原理に適うように直した Hartree-Fock モデルを出発点として、それらに2個の核子間に働く強い近距離力を摂動として入れる、という行き方と、これに批判的な Niels Bohr (1885.10.7-1962.11.18) の核反応モデルが出ていました (1936)。後者は核内粒子間の強い相関現象 (cooperation phenomena) を原子核の励起状態の記述にとり入れるモデルでありました。

先生はハイゼンベルクの示唆でこのモデルを原子核の正常状態 (Normalzustand, normal state) に広げることを試み、その成果を論文 Über die Anwendung thermodynamischer

Begriffe auf den Normalzustand des Atomkerns (ZS. f. Phys. 113 (1939) 482) として発表されました。32 ページにわたるこの論文こそ、後で詳しく説明しますように世界で最初に情報エントロピーを導入したものであると思います。

このことは、次に掲げるこの論文冒頭のレジュメを読むだけでも明らかでありましょう。

Die Wellenfunktion des Normalzustandes eines wirklichen Atomkerns weicht von der Wellenfunktion Hartreescher Näherung in dem Sinne ab, daß unsere Kenntnis vom Zustand eines Kernbausteins geringer ist als im Hartreeschen Modell. Dieser Umstand ermöglicht es, die Wellenfunktion durch die Verteilung und die Entropie eines Kernbausteins zu charakterisieren. Die Verbesserung des Thomas-Fermi-Modells eines schweren Kerns, die Euler¹⁾ mittels der Störungsrechnung durchgeführt hat, weicht tatsächlich vom Formalismus des Hartree-Modells ab, indem sie sich einer Temperaturverteilung der Impuls nähert (Temperatur $kT = 68 \text{ TME.}$, Bausteinrentropie $= \log N + 0,73$)²⁾. 1. Einleitung. 2. Statistischer Operator, der unsere Kenntnis über einen Kernbaustein ausdrückt. 3. Entropie eines einzelnen Bausteins, als Maß der Unbestimmtheit des Zustandes des Bausteins. 4. Anwendbarkeit des Temperaturbegriffs. 5. Verhältnis der kinetischen zur potentiellen Energie, Virialsatz. 6. Vergleich der Temperturverteilung mit Eulerschen Näherung. Anhang. Schluß.

¹⁾ H. Euler, ZS. f. Phys. 105, 1937.

²⁾ N : Teilchenanzahl des Kerns.

[アンダーラインは豊田による。以下同じ。]

できるだけ正確にこの論文の内容を知るために、先ず Einleitung を読んでみましょう。

Gegen das Hartree-Modell des Atomkerns kann bekanntlich mit Recht der Einwand erhoben werden, daß es die große Wechselwirkung benachbarter Teilchen im Atomkern nicht richtig berücksichtigt. In Wirklichkeit findet, wie Bohr³⁾ besonders betont hat, ein dauernder Energieaustausch zwischen den Baustein des Kerns statt, so daß von der Bewegung eines Teilchens in einem mittleren Kraftfeld

kaum mehr die Rede sein kann. Dieser Sachverhalt legt nahe, thermodynamische Begriffe auf den Atomkern anzuwenden. Für die angeregten Zustände haben sich tatsächlich solche Begriffe mit Erfolg verwenden lassen. Für den Normalzustand des Kerns dagegen scheint eine solche Anwendung zunächst unmöglich, da es sich beim Normalzustand ja um eine ganz bestimmte Wellenfunktion des Kerns, um einen „reinen Fall“ handelt. Trotzdem kann man auch bei der Beschreibung des Normalzustandes thermodynamische Vorstellungen mit Erfolg verwenden, wenn man nicht nach dem Zustand des ganzen Kerns, sondern dem irgendeines seiner Bausteine fragt.

Im Hartree-Modell befindet sich ja jedes Teilchen in einem ganz bestimmten Zustand (oder, bei Berücksichtigung des Pauli-Prinzips : in irgendeinem der N ganz bestimmten Zustände. N : Bausteinanzahl des Kerns). Bei genauer Berücksichtigung der starken Wechselwirkung einzelner Paare zweier benachbarten Teilchen wird der Grad unserer Kenntnis vom Zustand eines Teilchens geringer werden. Diesen Grad der Kenntnis kann man durch die von von Neumann ⁴⁾ eingeführte mikroskopische Entropie S ausdrücken. Im Hartree-Fock-Modell ist $S = \log N$. Bei der richtigen Wellenfunktion wird sie größer sein. Die Abweichung der Entropie von $\log N$ gibt also ein natürliches Maß für die Wichtigkeit der Schwankung des Kraftfeldes, oder anders gesagt, für den Einfluß des Energieaustausches und damit für die Abweichung der richtigen Wellenfunktion von der des Hartree-Modells.

Ein anderes Maß liefert auch die mittlere kinetische Energie des Kerns : Im Thomas-Fermi-Modell (wir betrachten hier die schweren Kerne) hat die mittlere kinetische Energie des Kerns bei gegebener Dichte den kleinsten möglichen Wert. In der wirklichen Wellenfunktion wird die kinetische Energie daher erheblich höher sein. Man kann vermuten, daß die wirkliche Verteilung der Teilchen über die verschiedenen Impulse nicht allzuviel abweicht von einer Temperaturverteilung, die zu dem betreffenden Wert der mittleren kinetischen Energie gehört. In diesem Falle wird die Abweichung der Entropie S von $\log N$ mit der mittleren kinetischen Energie in einfachem Zusammenhang stehen.

Im folgenden soll nach dem Studium dieser Zusammenhänge untersucht werden, inwieweit die Eulersche Störungsrechnung zweiter Ordnung schon näherungsweise zu einer Temperaturverteilung der Impulse führt, und es soll andererseits die Abweichung der wirklichen Wellenfunktion vom Hartree-Modell (gemessen an der Abweichung der Entropie von $\log N$) aus den empirischen Daten über die Massendefekte abgeschätzt werden.

3) N. Bohr, Nature **137**, 344, 1936.

4) J. von Neumann, Math. Grundlagen d. Quantenmech. Berlin 1932.

今日のお話に最重要な部分と思われる第3節の前半は次のように書かれています。

3. Entropie eines einzelnen Bausteins S als Maß der Unbestimmtheit des Zustandes des Bausteins.

In diesem Abschnitt untersuchen wir in der quantenmechanischen Sprache die Unbestimmtheit des Zustandes eines Bausteins im Kern. Wir möchten die Diskussion damit beginnen, ein angepaßtes Maß für die betrachtete Unbestimmtheit einzuführen.

Das zu definierende Maß der Unbestimmtheit sei S genannt. S mißt, inwieweit die Wellenfunktion des Kerns Ψ *unbestimmte* Auskunft betreffs des Zustandes eines Bausteins gibt. Die ganze Auskunft, die die Wellenfunktion Ψ hinsichtlich eines Bausteins abgeben kann, ist durch den Operator G , der von Ψ hergeleitet wird, ausgedrückt. Daher muß die Größe S als Funktion von G bestimmt werden:

$$S = S(G).$$

Von Neumann hatte gerade eine bequeme Größe für unseren Zweck eingeführt¹⁾. Sie ist die sogenannte mikroskopische Entropie, die durch

$$S = -\text{Spur} (G \cdot \log G),$$

$$= -\sum \gamma_i \log \gamma_i$$

definiert ist. — S bedeutet den Mittelwert des \log der Verteilungsfunktion. Einige Eigenschaften der Entropie S seien jetzt erwähnt.

1) Nach einer freundlichen Bemerkung des Herrn Dr. H. Euler.

Die Entropie S ist für die Transformation des Bezugssystemsystems invariant, weil sie als Spur eines Operators definiert ist.

Für einen statistischen Operator

$$G = \sum \gamma_i P[\psi_i], \quad \sum \gamma_i = 1$$

mit einem gegebenen n ist die Entropie $S(G)$ am größten, wenn

$$\gamma_i = \frac{1}{n}, \quad i = 1, 2, \dots, n$$

ist, sie beträgt dann

$$S = \log n.$$

[hierin n ist die Anzahl der Zustände, die eine Teilchen annehmen kann, im allgemeinen unendlich groß sein kann.]

Für das einfache Hartree-Modell hat man

$$S = 0$$

und für das Hartree-Fock-Modell hat man

$$S = \log N.$$

[hierin N ist die Gesamtzahl der Kernteilchen.]

Im allgemeinen gilt folgende Behauptung, die der Behauptung I des vorigen Abschnittes folgt.

[Behauptung I. Wenn die Wellenfunktion Ψ des Kerns das Pauli-Prinzip befriedigt, kann γ_i in dem Gemenge G , das der Ψ entspricht, nicht größer als $1/N$ sein :

$$\gamma_i \leq \frac{1}{N} .]$$

III. Wenn die Wellenfunktion dem Pauli-Prinzip genügt, ist die Entropie S gleich oder größer als $\log N$.

$$S = - \sum \gamma_i \log \gamma_i$$

$$\geq - \sum \gamma_i \log \frac{1}{N}$$

$$= \log N .$$

Das „Gleichheits“- Zeichen gilt nur, wenn alle

$$\gamma_i = \frac{1}{N} \quad (i = 1, 2, \dots, N)$$

d.h. nur in dem Hartree-Fock-Modell Falle. Daraus können wir schließen, daß, wenn man die Wellenfunktion nicht zu einer Determinante bringen kann, die Entropie S größer als $\log N$ ist.

Wenn wir im Hinblick auf die starke Wechselwirkung der Kernbausteine eine größere Unbestimmtheit als bei dem Hartree-Fock-Modell erwarten, muß

$$S > \log N$$

sein.

ここまで読まれば、「情報エントロピー」がこの時点で明確に定義されていることに疑いの余地はないと思われます。ではなぜ、このような歴史的に重要な事実が、それから10年後、米国の Claude Elwood Shannon が論文を発表するまで、いや、40年近くたった今日でもよく知られていないのでしょうか？ これは私の想像ですが、先生が上記論文の中で Information ではなく、der Grad der Kenntnis (知識の度合) といういかにも学究的な言葉を使われたからではないでしょうか。私が戦後間もなく米国からの帰途ドイツに立ち寄ったとき、アメリカの INFORMATION に相当する鉄道案内所がドイツでは AUSKUNFT と標示してあるのを見たことが印象に残っています。もしかすると、先生は論文の中で上に見ましたように二回 Auskunft という言葉を使っておられますが、Information は用いておられないためでしょうか。

さて、この論文が受理された日付けは1939年6月3日になっていますが、印刷されて先生の手もとにとどいたのは、同年9月1日、ドイツ軍のポーランド攻撃によって第二次世界大戦が始まり、ドイツ在留の日本人のほとんどに帰国命令が出たため、先生が家族と一緒にドイツを出国される直前のことと聞いています。

ボーアのモデルは、励起状態にある核物質の特異な振舞いを説明するため核子間の強い相関 (cooperation) を考える、ある意味で「高温度」状態を想定するものです。これに対し渡辺先生は、「零温度」の平衡状態ともいえる正常状態でも核物質の中における核子間の相関の度合いを量的にあらわすものとして Bausteinentropie (building block entropy) を導入されました (このドイツ語と英語は先生の造語)。これは形の上では前掲の著書の終わり近くでフォン・ノイマンが物理的観測過程の不可逆性を証明するため用いた microscopic entropy (微視的エントロピー) と同じですが、フォン・ノイマンは structuredness (組織性) あるいは cooperative phenomena (相関現象) の情報には全く触れていません。それゆえ、渡辺先生が導かれた Bausteinentropie は「情報エントロピー」として世界で最初のものということができます。それは電気通信技術の数学的研究者 Claude Elwood Shannon (1916-) が通信路の問題から導くより約10年も前のことです。

よく知られていることですが、エントロピーという言葉は、1824 年 Sadi Carnot (1796.6.1-1832.8.24) によって創始された熱力学を、1850 年代に見事に定式化したドイツの数理解物理学者 Rudolf Julius Emmanuel Clausius (1822.1.2-1888.8.24) が、彼の理論の最重要な概念として1854 年に導入した状態量に、1865年、Verwandlungsinhalt (変化容量) なる 術語を与えるとともに、それを短く表すものとして、ギリシャ語のエンとトロピーを結びつけて造語したものです。物理学の進歩は次々に新しい概念が導入されることによって促されてきましたが、その度毎にそれを表すコトバを造るのに苦労してきました。しかし、ガリレオが400 年近く前 (1613 年) に戒めていますように、コトバは事物の本質に従うべきであり、その逆であってはなりません。なぜなら、初めに事物が存在し、コトバはそれを表すためのものだからです。

独創的な先駆的研究が学界に認められるには時間がかかるのが通例ですが、その時間は発表された時代の社会状況にも少なからず影響されるものです。先生は上記論文を携え、ドイツから帰国の途中、デンマークのコペンハーゲンに1ヵ月程滞在してボーアにこの仕事の内容を詳しく説明し、彼から暖かい励ましを受けられた、と伺っています。先生は1939 年の暮帰国されると、戦争一色の国内状況の中で僅かに残っていた自由活発な学問的討論の場である理化学研究所の研究会によく出席され、ライプツィヒでのお仕事の内容と意義を物理学者仲間にわからせる努力を精力的に展開されました。

その一方、日本ではまだ大学に席がなかった先生は、1941 年春以来、先生を指導者にお願いしていた東大物理学科の有志学生による自主ゼミで、先生の「核子エントロピー」の具体例として、H. Euler や Gronblom の方式で、核力に「スピン軌道力 (spin-orbit coupling)」を考慮にいたした摂動計算を行なうことを勧められました。まだ研究論文など書いたことのない私達は感激して、先生の教示に従いいくつかの文献を読みかなり面倒な計算を行ないました。その成果は、小野健一、豊田利幸、斉藤利弥、渡辺慧 連名の論文として1943 年仙台で開かれた日本数学物理学会年会で発表されました。先生の強いお勧

めで私がドイツ語で書き、先生に手を入れて頂いた、その論文は残念ながら印刷所焼失のため、日の目を見るにいたりませんでした。

いよいよ日本の敗戦が間近になった 1944 年、先生は上記のお仕事を多くの人にわかるように日本語で「原子核に於ける'相関現象' (I), (II), (III)」と題する「論述」を岩波書店の雑誌『科学』第 14 巻第 3, 4, 5 号に連載されました。これも Shannon の発表より 4 年前のことでした。

ここで念のため、Shannon がどのようにしてエントロピーというコトバ と概念を通信 (communication) の数学的理論に持ちこんだか、彼の最初の論文 The Mathematical Theory of Communication, Bell System Technical Journal, vol. 27, 379-423, 623-6, 1948 と Warren Weaver, Recent Contributions to the Mathematical Theory of Communication, (上記 Shannon の論文とともに Claude E. Shannon and Warren Weaver, The Mathematical Theory of Communication, University of Illinois Press, 1949 に収録) をもとに説明しておきましょう。

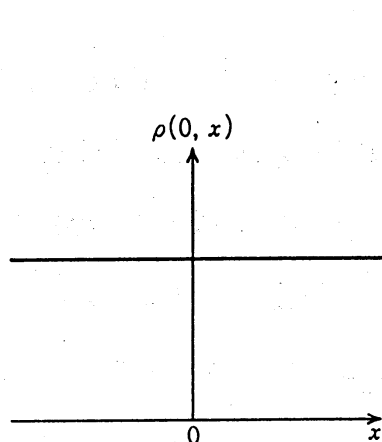
Shannon は Can we define a quantity which will measure, in some sense, how much information is "produced" by such a process, or better, at what rate information is produced? と問いかけ、その答えとして、渡辺先生の最初の著書 (1935) の説明のさい触れました H 関数にマイナス符号をつけたものを用いました。そして脚注に See, for example, R. C. Tolman, Principles of Statistical Mechanics, Oxford, Clarendon, 1938 と記しています。また前掲の Weaver による解説論文では第 1 ページの脚注に Dr. Shannon's work roots back, as von Neumann has pointed out, to Boltzmann's observation, in some of his work on statistical physics (1894), that entropy is related to "missing information," inasmuch as it is related to the number of alternatives which remain possible to a physical system after all the macroscopically observable information concerning it has been recorded. L. Szilard (Zsch. f. Phys. Vol. 53, 1925) extended this idea to a general discussion of information in physics, and von Neumann (Math. Foundation of Quantum Mechanics, Berlin, 1932, Chap. V) treated information in quantum mechanics and particle physics.とあり、Shannon がこれら理論物

理学者の仕事に十分親しんでいたことを思わせます。

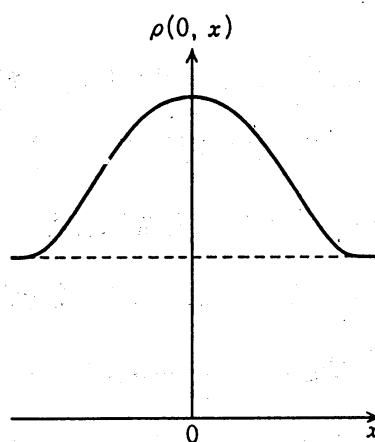
Shannon の功績は、情報量を最初にエントロピーで表したことなく、渡辺先生も認めておられるように、channel capacity (通信路容量) なる量を世界で初めて導入したことであります。これは優れて実用的な技術処理の方法と申せましょう。

先生は 1969 年に *Knowing and Guessing: Quantitative Study of Inference and Information* を、1985 年に *Pattern Recognition: Human and Mechanical* を、出版されました。これら二著には先生による「情報エントロピー」発見の経緯とその内容がそれぞれ異なった角度から解説されています。しかし「文献参照」が多用されているため、それらを一々調べている余裕のない読者には必ずしも十分には理解できないかも知れません。

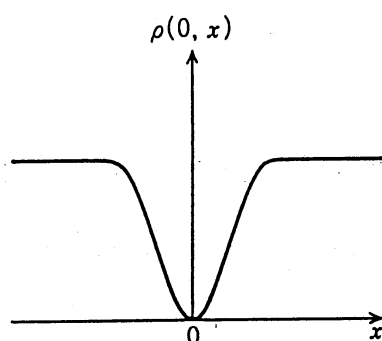
そこで最後になりましたが、上に述べました「相関」の意味を、先生の上記「論述」に従って図で説明しておきましょう。 N 個の核子からなる 1 個の原子核を考えます。



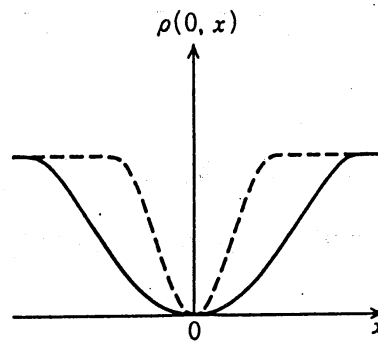
第 1 図 (a)



第 2 図 (a)



第 1 図 (b)



第 2 図 (b)

ここで1個の核子の核内密度は一定とします。粒子1が r_1 にあり且つ粒子2が r_2 にある確率を $\rho(r_1, r_2)$ とし、その関係をいくつかの図に描いてみます。いずれも第1の粒子が $x_1 = 0$ にあることが知れている時に第2の粒子が x_2 と $x_2 + dx$ の間にある確率 $\rho(0, x_2)$ を縦軸に示すものとします。

第1図(a)は核子間の相互作用がなく、かつ異種の2粒子の場合、(b)は核子間の相互作用はないが、同種のためパウリ原理がはたらく場合。これに対して第2図(a)は異種の粒子間に引力が働く場合、(b)は同種の粒子間に斥力が働く場合。

図から明らかなように、個々の粒子の核内密度は一定であるにもかかわらず、二つの粒子間の内在的な結合傾向又は離反傾向が存在します。これを先生は粒子間の「相関関係」と呼ばれました。こうして、核内の1個の粒子の状態についての我々の知識の種類が粒子間の相互作用の存在のためどのように影響されるかということを問題にするには、結局「相関」というものの影響の程度に一つの目盛を与える必要がある、と先生は考え付かれました。

いうまでないことですが、自然界から観測によって得られる情報を可能なかぎり統一的に理解する人間の営みが物理学であります。観測には人間の五感を補強するため様々な機器が使われますが、それは決定論的性格を持っていません。微視的世界はもちろんですが、古典物理学が通用するといわれる巨視的世界でも、測定に不可避である「誤差幅」を考えれば、簡単な力学現象でも決定論は成り立たないからです (Max Born, *Is Classical Mechanics in fact Deterministic?*, Physikalische Blätter vol. 11(9) 49-54, 1955)。

したがって、観測にもとづく知識あるいは情報を量的に扱おうとすれば、確率の概念が不可欠であります。そこでお話を「核内の1個の粒子の状態についての我々の知識」に戻しましょう。

先生は戦時中私たちに、量子力学の核心は密度行列であって、波動関数は計算の手段に過ぎないから、観測による「波束の収縮」などを論ずることは余り意味がない、とよくいわれました。

そこで、先生は「1個の粒子」について我々が持つ総ての知識は、1個の粒子の密度行列

により完全に表される」という立場から、例示的に Hartree モデル と Hartree-Fock モデルそれぞれについて密度行列を具体的に計算し、展開の係数 γ_i がその粒子の状態 ψ_i にある確率を表すことに着目されました。問題はそれらの係数 γ_i の集まりを一つの量として定式化するにはどうすればよいか、であります。

そのさい先生は、「Hartree モデルにおけるより Hartree-Fock モデルにおける方が、さらに実際の核における方が、我々の粒子 1 個に関する知識の種類が漸次粗雑になって行くということが出来る」から「この知識の不確定さを定める量を導入することが出来ないであらうか」と考えられました。そして「かかる量を von Neumann は別の目的で導入して置いて呉れたのである」として、1 粒子のエントロピーを

$$S = -\sum_{i=1}^n \gamma_i \log \gamma_i$$

と定義されただけでなく、上記三つの場合について具体的に計算されました。その結果は最初に紹介しました1939 年の原論文第 3 節に明記されていますので、ここでは繰り返しません。

このさい私は先生が量子力学的に定式化された情報エントロピーを、原子核モデルの正確度を評価するさいの基準と考え、渡辺情報基準 (Watanabe Information Criterion, WIC)と呼ぶことを提案したいと思います。ここでいう原子核モデルは単に測定値に合えばよいというものではなく、量子力学の理論体系と整合性をもち、密度行列の計算が可能である必要があります。

蛇足かも知れませんが、先生は「知識の不確定さを定める量」としてエントロピー以外の量も模索しておられ、上記1944 年の「論述」の中で、例えば

$$\sigma = \sum_{i=1}^n \gamma_i^2$$

なども提案しておられることに注目したいと思います。これは一応、先生の目的にかなう目盛にはなっていますが、情報量の関係等を数学的に扱うには適していません。しかし、世界に先駆けて、情報量を表すのにエントロピーを提案されたその頃、他の可能性も考えておられたことに私は先生の旺盛な知的探求心を感じずにはおれません。

本日のお話「渡辺慧先生の業績」という副題をつけましたが、もちろんこれは主題にあります「情報エントロピー」に関する分野における業績の意味であります。限られた時間で先生のお仕事をできるだけ正確にお伝えするため、重要な箇所は煩を厭わず先生ご自身のコトバを引かせていただきました。一つには、貧しい拙訳で先生の真意を損なうことを恐れたからであります。その点何卒ご海容願います。

お話を結ぶにあたり、先生が生前いつも私に諭された言葉「われわれの研究は時流に乗ることなく、つねに creative でなければならぬ」とご本、Knowing and Guessing をホノルルのお宅でいただいたさい、その扉に書いてくださった「学は一つなり」という先生の学問的生涯をつらぬく信念、そして晩年東京でお目にかかり手渡された Pattern Recognition の扉に記されていた、本日の私の話のまとめともいうべき先生ご自身の文章をご披露させていただきます。

To Dr. Toyoda,

With the author's cordial and respectful greetings. It was N. Bohr's idea of the strong cooperation among nucleons that led to the birth of "Information theory" (pp. 137-152), 10 years before the American Communication Engineers, and provided essentially the basis of the Principle of Minimum Entropy, which is the back bone of the nascent dicipline of "Cognitive Science," one of the few intellectual creations of Japanese scientists. (pp.152-198).

Michael Satoshi Watanabe

Summer, 1985, Tokyo